चतुर्भुज

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

एक चतुर्भुज की भुजाएँ, कोण और विकर्ण; विभिन्न प्रकार के चतुर्भुज, समलंब, समांतर चतुर्भुज, आयत, समचतुर्भुज और वर्ग।

- एक चतुर्भुज के कोणों का योग 360° होता है।
- एक समांतर चतुर्भुज का विकर्ण उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है।
- एक समांतर चतुर्भुज में,
  - (i) सम्मुख कोण बराबर होते हैं।
  - (ii) सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं।
  - (iii) विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।
- कोई चतुर्भुज एक समांतर चतुर्भुज होता है, यदि
  - (i) उसके सम्मुख कोण बराबर हों
  - (ii) उसकी सम्मुख भुजाएँ बराबर हों
  - (iii) उसके विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करें
  - (iv) सम्मुख भुजाओं का एक युग्म बराबर हो और समांतर हो।
- एक आयत के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं और बराबर होते हैं और इसका विलोम भी।
- एक समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करते हैं और इसका विलोम भी।
- एक वर्ग के विकर्ण परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करते हैं और बराबर होते हैं और इसका विलोम भी।

- एक त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को मिलाने वाला रेखाखंड तीसरी भुजा के समांतर होता है तथा उसका आधा होता है।
- एक त्रिभुज की एक भुजा के मध्य-बिंदु से होकर, दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।
- एक चतुर्भुज की भुजाओं के मध्य-बिंदु को, एक ही क्रम में, मिलाने पर प्राप्त चतुर्भुज एक समांतर चतुर्भुज होता है।

(B) बहु विकल्पीय प्रश्न

सही उत्तर लिखिए -

प्रतिदर्शप्रश्न 1 : एक समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $\angle BOC = 90^\circ$ और $\angle BDC = 50^\circ$ है, तो $\angle OAB$ है

(A) 90º (B) 50º (C) 40º (D) 10º

हल : उत्तर (C)

प्रश्नावली 8.1

निम्नलिखित में से प्रत्येक में सही उत्तर लिखिए-

1. एक चतुर्भुज के तीन कोण 75º, 90º और 75º है। इसका चौथा कोण है

(A) 90º (B) 95º (C) 105º (D) 120º

2. एक आयत का एक विकर्ण उसकी एक भुजा से 25º पर नत है। इसके विकर्णों के बीच का न्यून कोण है

(A) 55º (B) 50º (C) 40º (D) 25º

3. ABCD एक समचतुर्भुज है, जिसमें $\angle ACB = 40^\circ$ है। तब $\angle ADB$ है

(A) 40º (B) 45º (C) 50º (D) 60º

4. चतुर्भुज PQRS, की भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को, एक ही क्रम में, मिलाने पर बना चतुर्भुज एक आयत होता है, यदि

(A) PQRS एक आयत है

(B) PQRS एक समांतर चतुर्भुज है

(C) PQRS के विकर्ण परस्पर लंब हों

(D) PQRS के विकर्ण बराबर हों

5. चतुर्भुज PQRS की भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को, एक ही क्रम में मिलाने पर बना चतुर्भुज एक समचतुर्भुज होता है, यदि

(A) PQRS एक समचतुर्भुज है

(B) PQRS एक समांतर चतुर्भुज है

(C) PQRS के विकर्ण परस्पर लंब हों

(D) PQRS के विकर्ण बराबर हों

6. यदि चतुर्भुज ABCD के कोणों A, B, C और D का, इसी क्रम में लेने पर, अनुपात 3:7:6:4 है, तो ABCD है एक

(A) समचतुर्भुज (B) समांतर चतुर्भुज

(C) समलंब (D) पतंग

7. यदि चतुर्भुज ABCD के $\angle A$ और $\angle B$ के समद्विभाजक परस्पर P पर प्रतिच्छेद करते हैं, $\angle B$ और $\angle C$ के समद्विभाजक Q पर, $\angle C$ और $\angle D$ के R पर तथा $\angle D$ और $\angle A$ के S पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो PQRS है एक

(A) आयत (B) समचतुर्भुज (C) समांतर चतुर्भुज

(D) चतुर्भुज जिसके सम्मुख कोण संपूरक हैं।

8. यदि APB और CQD दो समांतर रेखाएँ हैं, तो कोणों APQ, BPQ, CQP और PQD के समद्विभाजक बनाते हैं

(A) एक वर्ग (B) एक समचतुर्भुज

(C) एक आयत (D) कोई अन्य समांतर चतुर्भुज

9. एक समचतुर्भुज की भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को, एक ही क्रम में, मिलाने पर बनने वाली आकृति होती है

(A) एक समचतुर्भुज (B) एक आयत

(C) एक वर्ग (D) कोई भी समांतर चतुर्भुज

10. D और E क्रमशः ΔABC की भुजा AB और AC के मध्य-बिंदु है तथा O भुजा BC पर कोई बिंदु है। O को A से मिलाया जाता है। यदि P और Q क्रमशः OB और OC के मध्य-बिंदु हैं, तो DEQP है एक

(A) वर्ग (B) आयत

(C) समचतुर्भुज (D) समांतर चतुर्भुज

11. एक चतुर्भुज ABCD की भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को, एक ही क्रम में, मिलाने पर प्राप्त आकृति केवल एक वर्ग है, यदि

(A) ABCD एक समचतुर्भुज है

(B) ABCD के विकर्ण बराबर हैं

(C) ABCD के विकर्ण बराबर हैं और परस्पर लंब हैं

(D) ABCD के विकर्ण परस्पर लंब हैं

12. समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC और BD परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $\angle DAC = 32^\circ$ और $\angle AOB = 70^\circ$ हैं तो $\angle DBC$ बराबर है

(A) 24° (B) 86° (C) 38° (D) 32°

13. एक समांतर चतुर्भुज के लिए, निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य नहीं है?

(A) सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं

(B) सम्मुख कोण बराबर होते हैं

(C) सम्मुख कोण विकर्णों से समद्विभाजित होते हैं

(D) विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं

14. D और E क्रमशः ΔABC की भुजा AB और AC के मध्य-बिंदु हैं। DE को F तक बढ़ाया जाता है। यह सिद्ध करने के लिए कि CF रेखाखंड DA के बराबर और समांतर है, हमें एक अतिरिक्त सूचना की आवश्यकता है, जो है

(A) $\angle DAE = \angle EFC$

(B) $AE = EF$

(C) $DE = EF$

(D) $\angle ADE = \angle ECF$

(C) तर्क के साथ संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1 : ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। यदि इसके विकर्ण बराबर हैं, तो $\angle ABC$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल : क्योंकि समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण बराबर हैं, इसलिए यह एक आयत है।

अतः, $\angle ABC = 90^\circ$ है।

प्रतिदर्श प्रश्न 2 : एक समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर बराबर और लंब होते हैं। क्या यह कथन सत्य है? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

हल : कथन असत्य है, क्योंकि समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर लंब होते हैं, परंतु बराबर नहीं होते हैं।

प्रतिदर्श प्रश्न 3 : एक चतुर्भुज ABCD के तीन कोण बराबर हैं। क्या यह एक समांतर चतुर्भुज है? क्यों और क्यों नहीं?

हल : इसका समांतर चतुर्भुज होना आवश्यक नहीं है, क्योंकि हमें $\angle A = \angle B = \angle C = 80^\circ$ प्राप्त हो सकता है। तब, $\angle D = 120^\circ$ होगा। यहाँ, $\angle B \neq \angle D$ है।

प्रतिदर्श प्रश्न 4 : चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर बिंदु O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि $OA : OC = 3 : 2$ है। क्या ABCD एक समांतर चतुर्भुज है? क्यों और क्यों नहीं?

हल : ABCD एक समांतर चतुर्भुज नहीं है, क्योंकि समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं। यहाँ $OA \neq OC$ है।

प्रश्नावली 8.2

1. एक समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC और BD परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $OA = 3$cm और $OD = 2$cm है, तो AC और BD की लंबाई ज्ञात कीजिए।

2. एक समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर लंब होते हैं। क्या यह कथन सत्य है? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

3. क्या कोण 110°, 80°, 70° और 95° किसी चतुर्भुज के कोण हो सकते हैं? क्यों और क्यों नहीं?

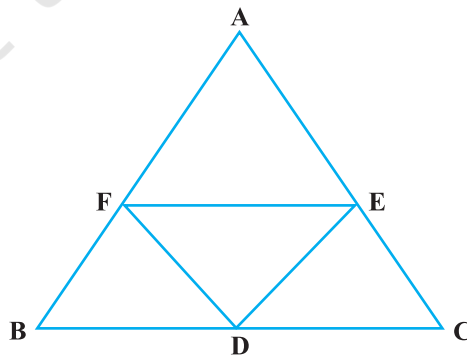
4. चतुर्भुज ABCD में, $\angle A + \angle D = 180^\circ$ है। इस चतुर्भुज को कौन-सा विशेष नाम दिया जा सकता है?

5. एक चतुर्भुज के सभी कोण बराबर हैं। इस चतुर्भुज को कौन-सा विशेष नाम दिया गया है?

6. एक आयत के विकर्ण परस्पर बराबर और लंब हैं। क्या यह कथन सत्य है? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

7. क्या किसी चतुर्भुज के सभी कोण अधिककोण हो सकते हैं? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

8. ΔABC में, $AB = 5$ cm, $BC = 8$ cm और $CA = 7$ cm हैं। यदि D और E क्रमशः AB और BC के मध्य-बिंदु हैं, तो DE की लंबाई निर्धारित कीजिए।

9. आकृति 8.1 में, यह दिया है कि BDEF और FDCE समांतर चतुर्भुज हैं। क्या आप कह सकते हैं कि $BD = CD$ है? क्यों और क्यों नहीं ?

आकृति 8.1

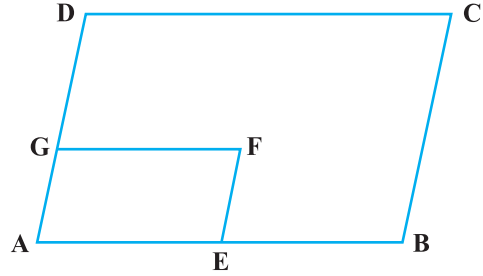
10. आकृति 8.2 में, ABCD और AEFG दो समांतर चतुर्भुज हैं यदि $\angle C = 55°$ है, तो $\angle F$ निर्धारित कीजिए।

11. क्या किसी चतुर्भुज के सभी कोण न्यून कोण हो सकते हैं? अपने उत्तर का कारण दीजिए।

आकृति 8.2

12. क्या किसी चतुर्भुज के सभी कोण समकोण हो सकते हैं? अपने उत्तर का कारण दीजिए।

13. एक चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं। यदि $\angle A = 35°$ है, तो $\angle B$ निर्धारित कीजिए।

14. एक चतुर्भुज ABCD के सम्मुख कोण बराबर हैं। यदि AB = 4 cm है, तो CD निर्धारित कीजिए।

(D) संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1 : किसी चतुर्भुज के कोण 3 : 4 : 4 : 7 के अनुपात में हैं। इस चतुर्भुज के सभी कोण ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए कि चतुर्भुज के कोण $3x$, $4x$, $4x$ और $7x$ हैं।

इसलिए, $3x + 4x + 4x + 7x = 360°$

या $18x = 360°$, अर्थात् $x = 20°$

इस प्रकार, वाँछित कोण 60°, 80°, 80° और 140° हैं।

प्रतिदर्श प्रश्न 2 : आकृति 8.3 में, X और Y क्रमशः समांतर चतुर्भुज ABCD की सम्मुख भुजाओं AD और BC के मध्य-बिंदु हैं। साथ ही, BX और DY क्रमशः AC को P और Q पर प्रतिच्छेद करते हैं। दर्शाइए कि AP = PQ = QC है।

आकृति 8.3

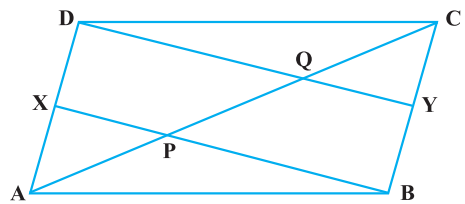
हल : AD = BC (समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ)

अतः, DX = BY $\left(\frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} BC\right)$

साथ ही, DX ∥ BY (क्योंकि AD ∥ BC)

अतः, XBYD एक समांतर चतुर्भुज है। (सम्मुख भुजाओं का एक युग्म बराबर और समांतर है।)

अर्थात्, PX ∥ QD

अतः, AP = PQ (ΔAQD से, जहाँ X रेखाखंड AD का मध्य-बिंदु है) (1)

इसी प्रकार, ΔCPB से, $CQ = PQ$ (2)

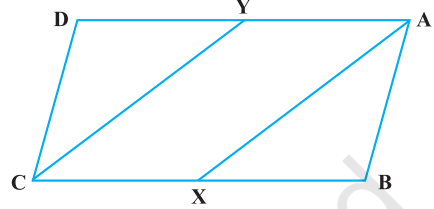
इस प्रकार, $AP = PQ = CQ$ [(1) और (2) से]

प्रतिदर्श प्रश्न 3 : आकृति 8.4 में, AX और CY क्रमशः समांतर चतुर्भुज ABCD के सम्मुख कोण A और C के समद्विभाजक हैं। दर्शाइए कि $AX \parallel CY$ है।

हल : $\angle A = \angle C$

(समांतर चतुर्भुज ABCD के सम्मुख कोण)

अतः, $\frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} \angle C$

अर्थात् , $\angle YAX = \angle YCX$ (1)

आकृति 8.4

साथ ही, $\angle AYC + \angle YCX = 180^\circ$ (क्योंकि $YA \parallel CX$) (2)

अतः $\angle AYC + \angle YAX = 180^\circ$ [(1) और (2)से]

इसलिए, $AX \parallel CY$ (क्योंकि तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतःकोण संपूरक हैं)

प्रश्नावली 8.3

1. एक चतुर्भुज का एक कोण 108° है तथा अन्य तीनों कोण बराबर हैं। तीनों बराबर कोणों में से प्रत्येक को ज्ञात कीजिए।
2. ABCD एक समलंब है जिसमें $AB \parallel DC$ और $\angle A = \angle B = 45^\circ$ है। इस समलंब के कोण C और D ज्ञात कीजिए।
3. एक समांतर चतुर्भुज के एक अधिक कोण के शीर्ष से खींचे गए उस समांतर चतुर्भुज के दो शीर्षलंबों के बीच का कोण 60° है। इस समांतर चतुर्भुज के सभी कोण ज्ञात कीजिए।
4. ABCD एक समचतुर्भुज है, जिसमें D से AB पर शीर्षलंब AB को समद्विभाजित करता है। समचतुर्भुज के कोण ज्ञात कीजिए।
5. समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण, AC पर बिंदु E और F इस प्रकार स्थित हैं कि AE = CF है। दर्शाइए कि BFDE एक समांतर चतुर्भुज है।
6. E एक समलंब ABCD की भुजा AD का मध्य-बिंदु है, जिसमें $AB \parallel DC$ है। E से होकर AB के समांतर खींची गई रेखा BC को F पर प्रतिच्छेद करती है। दर्शाइए कि F भुजा BC का मध्य-बिंदु है। [**संकेत :** AC को मिलाइए]

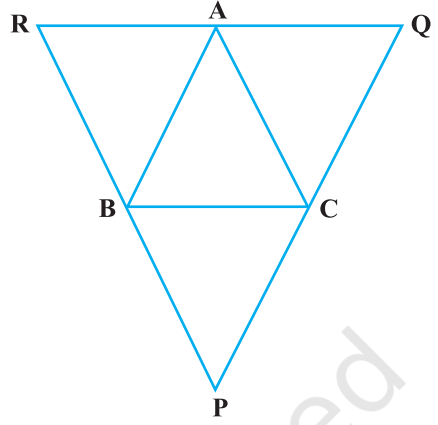
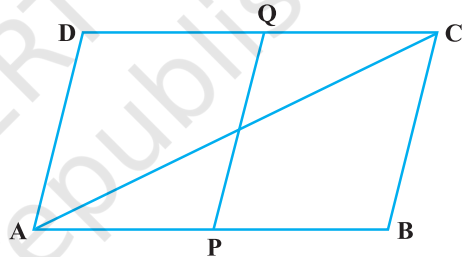
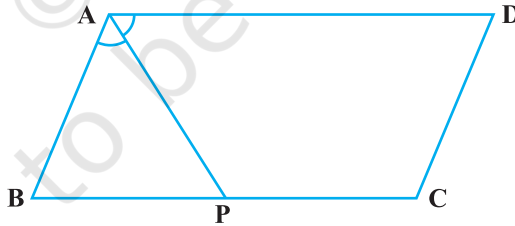
7. एक त्रिभुज ABC के शीर्षों A, B और C से होकर, क्रमशः भुजाओं BC, CA और AB के समांतर रेखाएँ RQ, PR और QP आकृति 8.5 में दर्शाए अनुसार खींची गई हैं। दर्शाइए कि $BC = \frac{1}{2} QR$ है।

आकृति 8.5

8. D, E और F क्रमशः एक समबाहु त्रिभुज ABC की भुजाओं BC, CA और AB के मध्य-बिंदु हैं। दर्शाइए कि Δ DEF भी एक समबाहु त्रिभुज है।

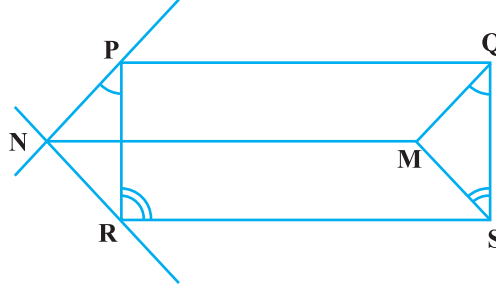
9. एक समांतर चतुर्भुज ABCD की सम्मुख भुजाओं AB और CD पर क्रमशः बिंदु P और Q इस प्रकार लिए गए हैं कि AP = CQ है (आकृति 8.6)। दर्शाइए कि AC और PQ परस्पर समद्विभाजित करते हैं।

आकृति 8.6

10. आकृति 8.7 में, समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजा BC पर एक बिंदु P इस प्रकार स्थित है कि $\angle BAP = \angle DAP$ है। सिद्ध कीजिए कि AD = 2CD है।

आकृति 8.7

(E) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1 : PQ और RS दो बराबर और समांतर रेखाखंड हैं। बिंदु M, जो PQ या RS पर स्थित नहीं है, को Q और S से मिलाया जाता है। P से होकर जाती हुई QM के समांतर रेखा और R से होकर जाती हुए SM के समांतर रेखा परस्पर N पर मिलती है। सिद्ध कीजिए कि रेखाखंड MN और PQ परस्पर बराबर और समांतर हैं।

हल : हम दिए हुए प्रतिबंधों के अनुसार आकृति खींचते हैं (आकृति 8.8)।

आकृति 8.8

यह दिया है कि PQ = RS और PQ || RS है। अत:, PQSR एक समांतर चतुर्भुज है।

अत:, PR = QS और PR || QS है। (1)

अब , PR || QS

इसलिए, $\angle RPQ + \angle PQS = 180°$ (तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंत:कोण)

अर्थात्, $\angle RPQ + \angle PQM + \angle MQS = 180°$ (2)

साथ ही, PN || QM (रचना से)

$\angle NPQ + \angle PQM = 180°$

अर्थात्:, $\angle NPR + \angle RPQ + \angle PQM = 180°$ (3)

अत:, $\angle NPR = \angle MQS$ [(2) और (3)से] (4)

इसी प्रकार, $\angle NRP = \angle MSQ$ (5)

इसलिए, $\Delta PNR \cong \Delta QMS$ [ASA,(1),(4) और (5)के प्रयोग से]

अत: PN = QM और NR = MS (CPCT)

क्योंकि PN = QM और

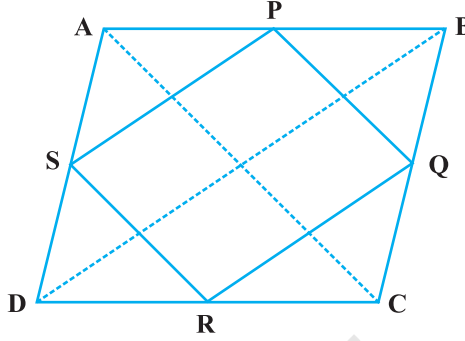
PN || QM है, अत: PQMN एक समांतर चतुर्भुज है

अत:, MN = PQ और NM || PQ है।

प्रतिदर्श प्रश्न 2 : सिद्ध कीजिए कि एक समांतर चतुर्भुज का एक विकर्ण उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में बाँटता है।

हल : कक्षा IX की गणित पाठ्यपुस्तक में प्रमेय 8.1 की उपपत्ति देखिए।

प्रतिदर्श प्रश्न 3 : दर्शाइए कि एक समचतुर्भुज की भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को, एक ही क्रम में मिलाने पर बना चतुर्भुज एक आयत होता है।

हल : मान लीजिए कि ABCD एक समचतुर्भुज है तथा P, Q, R और S क्रमशः भुजाओं AB, BC, CD और DA के मध्य-बिंदु हैं (आकृति 8.9)। AC और BD को मिलाइए।

आकृति 8.9

ΔABD से, हमें प्राप्त है :

$$SP = \frac{1}{2} BD \text{ और}$$

$SP \parallel BD$ (क्योंकि S और P मध्य-बिंदु है)

इसी प्रकार, $RQ = \frac{1}{2} BD$ और $RQ \parallel BD$

अतः, $SP = RQ$ और $SP \parallel RQ$

इसलिए, PQRS एक समांतर चतुर्भुज है। (1)

साथ ही, $AC \perp BD$ (समचतुर्भुज के विकर्ण लंब होते हैं)

इसके अतिरिक्त, $PQ \parallel AC$ (ΔBAC से)

क्योंकि $SP \parallel BD$, $PQ \parallel AC$ और $AC \perp BD$ है,

इसलिए हमें प्राप्त होता है : $SP \perp PQ$, अर्थात् $\angle SPQ = 90^\circ$. (2)

अतः, PQRS एक आयत है [(1) और (2) से]

प्रतिदर्श प्रश्न 4 : एक समांतर चतुर्भुज का एक विकर्ण उसके एक कोण को समद्विभाजित करता है। सिद्ध कीजिए कि वह विकर्ण उस कोण के सम्मुख कोण को समद्विभाजित करेगा।

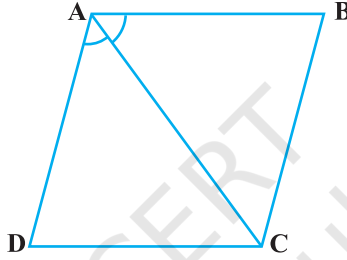
हल : आइए दिए हुए प्रतिबंधों के अनुसार आकृति खींचें (आकृति 8.10)। इसमें विकर्ण AC समांतर

चतुर्भुज ABCD के $\angle BAD$ को समद्विभाजित करता है। अर्थात् यह दिया है कि $\angle BAC = \angle DAC$ है। हमें सिद्ध करना है कि $\angle BCA = \angle DCA$ है।

$AB \parallel CD$ है तथा AC एक तिर्यक रेखा है।

अत:,	$\angle BAC = \angle DCA$ (एकांतर कोण)	(1)
इसी प्रकार,	$\angle DAC = \angle BCA$ ($AD \parallel BC$ से)	(2)
परंतु यह दिया है कि	$\angle BAC = \angle DAC$	(3)

अत: (1), (2) और (3) से हमें प्राप्त होता है

$$\angle BCA = \angle DCA$$

आकृति 8.10

प्रश्नावली 8.4

1. कोई वर्ग एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज के अंतर्गत इस प्रकार है कि वर्ग और त्रिभुज में एक कोण उभयनिष्ठ है। दर्शाइए कि वर्ग का शीर्ष जो उभयनिष्ठ कोण के शीर्ष के सम्मुख है कर्ण को समद्विभाजित करता है।

2. एक समांतर चतुर्भुज ABCD में, AB = 10 cm और AD = 6 cm है। $\angle A$ का समद्विभाजक DC से E पर मिलता है तथा AE और BC बढ़ाने पर F पर मिलते हैं। CF की लंबाई ज्ञात कीजिए।

3. P, Q, R और S क्रमश: एक चतुर्भुज ABCD की AB, BC, CD और DA भुजाओं के मध्य-बिंदु हैं, जिसमें AC = BD है। सिद्ध कीजिए कि PQRS एक समचतुर्भज है।

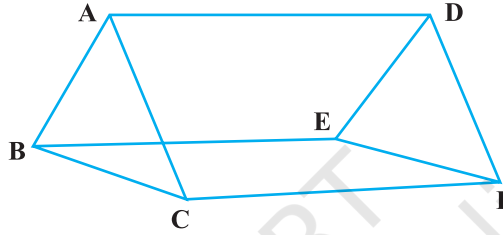
4. P, Q, R और S क्रमश: एक चतुर्भुज ABCD की AB, BC, CD और DA भुजाओं के मध्य-बिंदु हैं, जिसमें $AC \perp BD$ है। सिद्ध कीजिए कि PQRS एक आयत है।

5. P, Q, R और S एक चतुर्भुज ABCD की क्रमश: AB, BC, CD और DA भुजाओं के मध्य-बिंदु हैं, जिसमें AC = BD और $AC \perp BD$ है। सिद्ध कीजिए कि PQRS एक वर्ग है।

6. एक समांतर चतुर्भुज का एक विकर्ण उसके एक कोण को समद्विभाजित करता है। सिद्ध कीजिए कि यह समांतर चतुर्भुज एक समचतुर्भुज है।

7. P और Q क्रमशः एक समांतर चतुर्भुज ABCD की सम्मुख AB और CD भुजाओं के मध्य-बिंदु हैं। AQ, DP को S पर प्रतिच्छेद करता है तथा BQ, CP को R पर प्रतिच्छेद करता है। सिद्ध कीजिए कि PQRS एक समांतर चतुर्भुज है।

8. ABCD एक चतुर्भुज है, जिसमें AB || DC और AD = BC है। सिद्ध कीजिए कि $\angle A = \angle B$ और $\angle C = \angle D$ है।

9. आकृति 8.11 में, AB || DE, AB = DE, AC || DF तथा AC = DF है। सिद्ध कीजिए कि BC || EF और BC = EF है।

आकृति 8.11

10. E एक ΔABC की माध्यिका AD का मध्य-बिंदु है तथा BE को AC को F पर मिलने के लिए बढ़ाया गया है। दर्शाइए कि $AF = \frac{1}{3} AC$ है।

11. दर्शाइए कि किसी वर्ग की क्रमागत भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को मिलाने पर बना चतुर्भुज भी एक वर्ग होता है।

12. E और F क्रमशः एक समलंब ABCD की असमांतर AD और BC भुजाओं के मध्य-बिंदु हैं। सिद्ध कीजिए कि EF || AB और $EF = \frac{1}{2}(AB + CD)$ है।

[**संकेत :** BE को मिलाइए तथा इसे बढ़ाई गई CD से G पर मिलने के लिए बढ़ाइए।]

13. सिद्ध कीजिए कि एक समांतर चतुर्भुज के कोणों के समद्विभाजकों द्वारा बना चतुर्भुज एक आयत होता है।

14. P और Q क्रमशः एक समांतर चतुर्भुज ABCD की सम्मुख AD और BC भुजाओं पर स्थित बिंदु इस प्रकार हैं कि PQ विकर्ण AC और BD के प्रतिच्छेद बिंदु O से होकर जाता है। सिद्ध कीजिए कि PQ बिंदु O पर समद्विभाजित हो जाता है।

15. ABCD एक आयत है, जिसका विकर्ण BD कोण $\angle B$ को समद्विभाजित करता है। दर्शाइए कि ABCD एक वर्ग है।

16. D, E और F क्रमशः एक त्रिभुज ABC की AB, BC और CA भुजाओं के मध्य-बिंदु हैं। सिद्ध कीजिए D, E और F बिंदुओं को मिलाने से त्रिभुज ABC चार सर्वांगसम त्रिभुजों में बँट जाता है।

17. सिद्ध कीजिए कि किसी समलंब के विकर्णों के मध्य-बिंदुओं को मिलाने वाली रेखा उस समलंब की समांतर भुजाओं के समांतर होती है।

18. P एक समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजा CD का मध्य-बिंदु है। C से होकर PA के समांतर खींची गई रेखा AB को Q पर तथा बढ़ाई हुई DA को R पर मिलती है। सिद्ध कीजिए कि DA = AR और CQ = QR है।